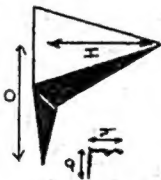


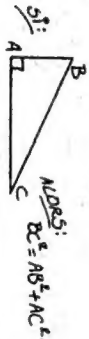


A HISTORIQUE:
THALÈS, UN DES SEPT SAGES DE LA GRÈCE ANCIENNE (IL EST NÉ VERS 620 AVANT J.-C. À MILET) TROUVA UN MOYEN TRÈS SIMPLE DE MESURER LA HAUTEUR DES PYRAMIDES D'ÉGYPTE EN RESSEMBLANT AU SOL: IL ATTENDIT, UN JOUR DE BEAU SOLEIL, QUE LA TAILLE DE SON OMBRE SOIT ÉGALE À LA Sienne. ET EN CONCLUANT QU'IL EN ÉTAIT DE MÊME POUR LE MONUMENT: SI $h = o$, ALORS $H = O$.

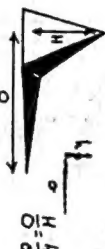


QUELQUES ANNÉES PLUS TARD, EN GRÈCE TOUJOURS, PYTHAGORE (580-504 AV. J.-C., À SAGROS) DÉCOUVRIIT LE THÉORÈME QUI FORTIFIAIT SON NON:

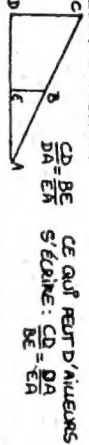
IL NOUS PASSER DEUX SIÈCLES: EUCLIDE (325-283 AV. J.-C.) LE GÉNÉRALISE REPREND LA THÉORIE DE THALÈS EN L'ÉTENDANT:
SI $h = o$, ALORS $H = 0$: DONC SI $\frac{h}{H} = 1$, ALORS $\frac{H}{O} = 1$... D'OU: $\frac{h}{H} = \frac{O}{O}$



EN FAIT, IL N'EST PAS BESOIN D'ATTENDRE QUE LA TAILLE DE L'OMBRE SOIT ÉGALE À LA TAILLE DU PERSONNAGE, IL SUFFIT DE DIRE QUE LE RAYON EST COUSÉQUENT:



EN RESSSEMBLANT ET EN S'ÉTENDANT, CELA DONNE:
DONC: $\frac{CD}{DA} = \frac{BE}{EA}$



MAIS NE NOUS ARRÊTONS PAS ICI! EN EFFET, À PROPRITÉ DE:



- a. PROUVEZ QUE: $CD^2 = EA^2 = BE^2 \cdot DA^2$
- b. EN UTILISANT LE THÉORÈME DE PYTHAGORE, EXPRIMEZ CD^2 ET BE^2
- c. RECHERCHEZ LES DEUX BOUTES DANS a. POUR PROUVER QUE: $CD^2 = EA^2 = DA^2 \cdot \frac{DA}{BA}$
- d. EN DÉDUITE QUE: $\frac{CD}{DA} = \frac{BE}{EA}$

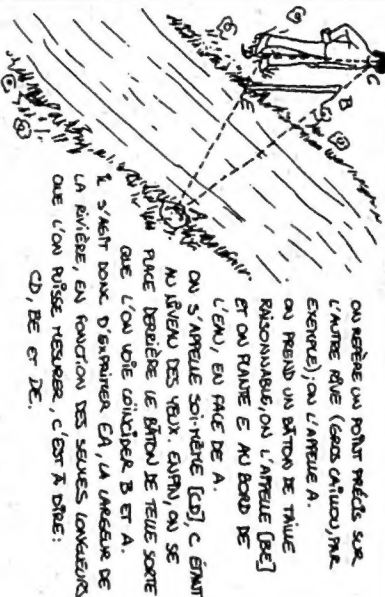
ÇA Y EST! LE THÉORÈME DE THALÈS EST COMPLET!
EN TRABAillant UN PEU LES DISTANCES, ON ARRIVERA AUSSI À: $\frac{CD}{BE} = \frac{DA}{EA}$, ou $\frac{BE}{DA} = \frac{CD}{EA}$... ET CES ÉGALITÉS RESTENT VRAIES MÊME SI [CD] ET [BE] SONT DE PART ET D'AUTRE DU POINT A:



B. EXERCICES D'UTILISATION:

ON N'OUVERTE RIEN, C'EST EUCLIDE QUI MÈNE OUF NOUS LES PROPOSE:

1. MESURER LA PROFONDEUR D'UNE RIVIÈRE QUE L'ON NE PEUT TRAVERSER:



ON REPRÉSENTE UN POINT MÉDIAN SUR L'ARête (GROS CARRÉ) PAR EXEMPLE, ON L'APPELLE A. ON PREND UN BATON DE TAILLE RAISONNABLE, ON L'APPELLE [BE] ET ON PLACÉ E AU BORD DE L'EAU, EN FACE DE A. ON S'ARRÊTE SOI-MÊME [CD], C'EST AU MÔMENT OÙ SE FAIT QUE L'ON VOIT COINCIDER B ET A. IL S'AGIT DONC D'EXAMINER EA, LA LONGUEUR DE LA RIVIÈRE, EN FONCTION DES SEULES LONGUEURS QUE L'ON PEUT MESURER, C'EST À DIRE: CD, BE ET DE.

- a. FAIRE UN SKETCH DE LA SITUATION.
- b. PROUVER QUE: $AD \cdot EB = DC \cdot AE$
- c. SACHANT QUE: $AD = AE + ED$, DÉDUIRE DE b. QUE: $AE \cdot (DC - EB) = ED \cdot EB$
- d. APPLICATION NUMÉRIQUE: TROUVER AE SI: $BE = 1,40 \text{ m}$; $CD = 1,70 \text{ m}$; ET $DE = 1 \text{ m}$

2. MESURER LA PROFONDEUR D'UN RUÏTS DONT ON VOIT LE FOND, SANS Y DESCENDRE:



ON CROISAIT UN DIAMÈTRE DU BORD DU RUÏTS, ON L'APPELLE [AD]. À LA VERTICALE DE D, AU BORD DU RUÏTS, ON REPRÉSENTE LE POINT C. ON S'ARRÊTE SOI-MÊME [BE], ET ON SE PLACE DE TELLE SORTE QUE NOS YEUX (B) VOIENT COINCIDER A ET C. Cette fois, IL FAUT EXPRIMER LA PROFONDEUR CD DU RUÏTS EN FONCTION DES SEULES LONGUEURS MESURABLES: AD, BE ET EA.

- a. FAIRE UN SKETCH DE LA SITUATION.
- b. TROUVER L'ÉQUATION RELIANT CD À AD, BE ET EA.
- c. APPLICATION NUMÉRIQUE: TROUVER CD SI: $EB = 1,70 \text{ m}$; $DA = 1,50 \text{ m}$; $EA = 0,70 \text{ m}$.

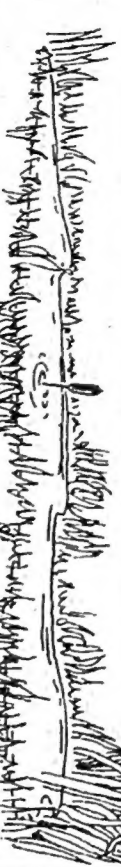
3. MESURER LA PROFONDEUR D'UN ÉTANG GÉOMÉTRIQUE SANS Y PLOMER:

ICI, THALÈS N'Y EST POUR RIEN... IL EXISTE, D'AILLEURS: C'EST JUSTE POUR VOIR SI PYTHAGORE SERT À QUELQUE CHOSE:

UN ROSEAU, ENRACINÉ AU FOND DE L'ÉTANG, DÉPASSÉ LA SURFACE DE 30 CM. ON INCLINE LE ROSEAU, SANS COUPER SA TÊTE, JUSQU'À CE QUE SA TÊTE AFFLEURE LA SURFACE DE L'ÉTANG: QUELLE EST ALORS LA 30 CM DE L'ENDROIT OÙ LE ROSEAU SORTAIT DE L'EAU.

a. SCHÉMATISER LA SITUATION. (SAUF SI MÊME INCLINATION, SUR LE MÊME DESSIN).

b. CALCULER LA PROFONDEUR DE L'ÉTANG À CET ENDROIT.



(3°)

Th. de Thalès et application au triangle.I Th. de Thalès

- ① Soit ABC un triangle rectangle en A et I le milieu de [AC]. La perpendiculaire (Δ) à (AC) passant par I coupe [BC] en J. Démontrer que J est le milieu de [BC].
- ② Tracer un segment [AB] de longueur 6,3 cm puis le cercle \mathcal{C} de diamètre [AB]. On choisit un point M sur ce cercle, distinct de A et B. On désigne par K le point de la droite (AM) tel que : $\frac{KM}{AM} = \frac{3}{4}$. La perpendiculaire à (AM) passant par K coupe (AB) en T. Calculer AT.
- ③ Soient un trapèze ABCD et M un point de [AD]. La parallèle (Δ) aux droites (AB) et (CD) en M coupe [BC] en N. Calculer NC sachant que $AM=2$; $AD=7$ et $BN=2,8$.
- ④ Soient un trapèze ABCD et M un point de [AD]. La parallèle (Δ) aux droites (AB) et (CD) coupe [BC] en N. Calculer AD et BC sachant que $AM=4,5$; $NC=2$ et $MD=NB$.
- ⑤ Tracer un triangle ABC tel que $AB=4,2$ cm et $AC=6,3$ cm. Soit M le point de [AB] tel que $AM=1,4$ cm. Soit N le projeté de M sur (AC) parallèlement à (BC). Calculer AN et NC.
- ⑥ Soient un triangle ABC et M le point de la droite (AB) qui vérifie $\overline{AM} = 2,5 \overline{AB}$. Par M, on mène la parallèle (Δ) à (BC). (Δ) coupe (AC) en N. Calculer CN dans les cas suivants : a) $AC=3$ cm b) $AC=4,5$ cm

II Th. de Thalès appliqué aux triangles

- ⑦ Un triangle ABC est tel que $AB=16$ cm et $BC=24$ cm. Soit M le point de [AB] tel que $AM=4$ cm. Par M, on trace la parallèle à (BC) : elle coupe (AC) en N. Calculer MN.
- ⑧ a) Construire un trapèze ABCD de bases [AB] et [CD] et tel que : $AB=4,5$ cm, $BC=3,5$ cm, $CD=7,2$ cm et $DA=4$ cm (NB : on pourra tâtonner...)
b) On prolonge les côtés non parallèles qui se coupent en M. Calculer MA et MB.
- ⑨ Soit un triangle ABC et M et N les points des droites (AC) et (AB) qui vérifient : $\overline{AM} = -\frac{1}{3} \overline{AC}$ et $\overline{AN} = -\frac{1}{3} \overline{AB}$. Sachant que $AC=4$ cm et $BC=5$ cm, calculer AM et MN.
- ⑩ Comment évaluer la largeur d'une rivière ?
a) Exprimer la largeur $l = OA$ de la rivière ci-contre en fonction de AB, AC et BD.
b) Calculer l lorsque $AC=3$ m, $BD=5$ m et $AB=2$ m
- ⑪ On veut mesurer la hauteur d'un sapin grâce à un bâton BB' de 2,5 m que l'on plante verticalement à 9 m du pied du sapin. On se place derrière jusqu'à ce que l'œil O situé à 1 m du sol soit en alignement le sommet S de l'arbre et l'extrémité B du bâton. On mesure les distances ci-contre. Quelle est la hauteur du sapin ? (cf Brevet Paris 87)

